

Physik II

Übungsaufgaben, Blatt 6

29. Zur Erzeugung homogener Magnetfelder sollen zwei verschiedene Aufbauten verwendet werden :

- (i) eine Kreiszyinderspule (Länge l , Radius r , Wicklungsanzahl N) und
- (ii) die sogenannte Helmholtz-Anordnung: zwei identische auf derselben Zylinderachse ausgerichtete Ring-Spulen (Radius r , Wicklungsanzahl N) im Abstand d .

(a) Zeigen Sie, daß das magnetische Feld einer Leiterschleife (Ring-Spule mit $N=1$) mit Radius r auf der Zylinderachse durch $B(z) = \mu_0 \frac{I \cdot r^2}{2(z^2 + r^2)^{3/2}}$ gegeben ist. Die Leiterschleife liege in der x-y-Ebene mit Kreismittelpunkt bei $(0,0,0)$. Dann ist die Zylinderachse die z-Achse und der zu betrachtene Punkt liegt bei $(0,0,z)$.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe von a), daß das Magnetfeld (für die näherungsweise homogene Feldstärke) einer Kreiszyinderspule auf der Zylinderachse im Punkt $(0,0,z)$ durch

$$B(z) = \mu_0 \frac{I \cdot N}{2l} \left[\frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} - \frac{z-l}{\sqrt{r^2 + (z-l)^2}} \right]$$
 gegeben ist (die Spule beginne auf der z-Achse bei 0 und ende bei l). Zeigen Sie ferner, daß die Feldstärke im Mittelpunkt der Spule durch

$$B(z=l/2) = \mu_0 \frac{I \cdot N}{\sqrt{l^2 + 4 \cdot r^2}}$$
 dargestellt werden kann.

(c) Bestimmen Sie für die Helmholtz-Anordnung (mit $d = r$) das magnetische Feld im Zentrum der Anordnung:

Addieren Sie zuerst die B-Felder der beiden Kreiszyylinder-Spulen auf (vgl. a), die sich zunächst noch bei $z = -d/2$ und $z = +d/2$ (also im Abstand d zueinander) befinden. Entwickeln Sie anschließend den Betrag des resultierenden Magnetfeldes um das Zentrum ($z=0$) der Anordnung, entlang der Zylinderachse, in eine Taylor-Reihe bis zur 4. Ordnung und berechnen Sie abschließend die Stärke des Magnetfeldes für die Helmholtz-Bedingung $d = r$.

(d) Durch die Spulen b) und c) fließt ein Strom von $I=0.8A$. Die Länge jeder Spule sei $r=10cm$, ihr Radius ebenfalls. Bestimmen Sie das Magnetfeld im Zentrum der einzelnen Spulen für den Fall, daß jede Spulenanordnung insgesamt $N=5000$ Windungen besitzt.

(e) Betrachten Sie noch einmal die Kreiszyinderspule aus b). Berechnen Sie ihre Induktivität: Ermitteln Sie zuerst die mittlere magnetische Feldstärke der Spule (

$$\bar{B} = \frac{1}{l} \int_0^l B(z) dz$$
) und berechnen Sie damit den magnetischen Fluß der gesamten Spule.

Hinweis: Die Induktivität einer Kreiszyinderspule ist $L = \mu_0 \cdot N^2 (\sqrt{l^2 + r^2} - r) \cdot A / l^2$ mit N =Windungszahl, l =Spulenlänge, A =Querschnittsfläche, r =Radius).

(f) Wieviel Energie ist im Magnetfeld dieser Spule gespeichert (benutzen Sie die Parameter aus Aufgabe d)? Welcher Anteil dieser Energie ist im Magnetfeld im Spuleninneren gespeichert, welcher Anteil im Magnetfeld des Spulenaußenraums?