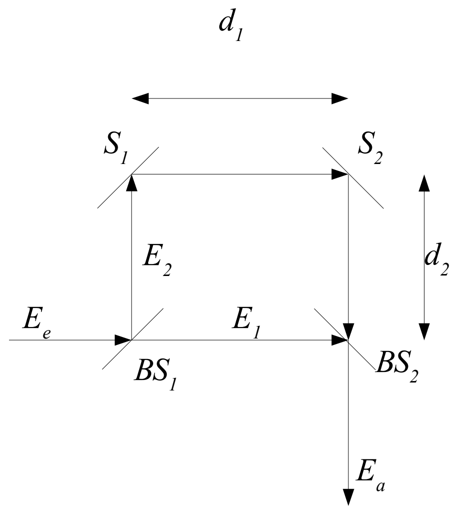
# Physik II

Übungsaufgaben, Blatt 9




41. Eine elektromagnetische Welle $E_e(z,t)=E_0 e^{i(kz-\omega t)}$ laufe von links in das rechts abgebildete Mach-Zehnder-Interferometer ein und werde an zwei Strahlteilern $BS_{1/2}$ bzw. zwei Spiegeln $S_{1/2}$ reflektiert bzw. transmittiert, wobei $k$ den Wellenvektor, $\omega$ die Kreisfrequenz der EM-Welle, $z$ den zurückgelegten optischen Weg und $t$ die Zeit bezeichnet. Berechnen sie die Intensität der EM-Welle am Ausgang des Interferometers (also am Punkt $BS_2$) $I=E_a\cdot\bar{E}_a$ als Funktion von $d_1$ und $d_2$.

    *Hinweise:* Die Strahlteiler und Spiegel seien verlustfrei und die Strahlteiler besitzen eine (Intensitäts-) Reflektivität von 50%. Bei der Reflexion an einem Strahlteiler und einem Spiegel erfährt die EM-Welle einen Phasensprung von $\pi$. $E_a$ setzt sich aus der Summe der beiden Teilwellen $E_1$ und $E_2$ zusammen.

    Wofür könnte man eine solche Anordnung in der Optik benutzen?

42. Nach kurzer Rechnung kann mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen gezeigt werden, dass im Vakuum die elektrodynamischen Potentiale $\phi_{el}(x,y,z,t)$ und $\boldsymbol{A}(x,y,z,t)$ die Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi_{el}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi_{el} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\boldsymbol{A}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{A} \qquad (1)$$

erfüllen, wobei $c$ die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Welle (also die Lichtgeschwindigkeit) bezeichnet. Wir betrachten nun die Koordinatentransformation (Lorentz-Transformation)

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x-v\cdot t)\\ y' &= y\\ z' &= z\\ t' &= \gamma\left(t-\frac{v\cdot x}{c^2}\right) \quad mit \quad \gamma=\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \end{aligned} \quad . \qquad (2)$$

(a) Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel, dass die Potentiale $\phi_{el}(x',y',z',t')$ und $\boldsymbol{A}(x',y',z',t')$ invariant unter Lorentz-Transformationen sind, d.h. es gilt

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2}{\partial z'^2}\right)\phi_{el}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\phi_{el} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2}{\partial z'^2}\right)\boldsymbol{A}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\boldsymbol{A} \,. \qquad (3)$$

Starten Sie dazu mit Gleichung (1) für $\phi_{el}(x,y,z,t)$, fassen sie die ungestrichenen Koordinaten als Funktion der gestrichenen Koordinaten auf (z.B. $x=x(x',y',z',t')$ und wenden Sie die Kettenregel auf alle partiellen Ableitungen an. Finden Sie ein Argument, warum es genügt, die Invarianz für $\phi_{el}(x,y,z,t)$ zu zeigen.

(b) Gilt diese Invarianz auch für eine Galilei-Transformation $x'=x-v\cdot t,\ y'=y,\ z'=z,\ t'=t$ ?

(c) Was ist die physikalische Konsequenz der Aussagen von a) und b) ?

43. In Meßgeräten zur Bestimmung der Lichtwellenlänge (Monochromatoren) verwendet man zuweilen optische Gitter.

(a) Wie weit neben dem 1. Nebenmaximum liegen die ersten Nullstellen der Intensität eines Einfachspaltes (N=1) und eines Gitters (N=1000 Spalten) gleicher Spaltbreite, wenn sie die Konstanten aus Aufgabe 40b der letzten Woche benutzen? Verwenden Sie für das Gitter die Gleichung:

$$I(\theta)=I_0\cdot\frac{\sin^2[\pi(\frac{b}{\lambda})\sin\theta]}{[\pi(\frac{b}{\lambda})\sin\theta]^2}\cdot\frac{\sin^2[2N\pi(\frac{b}{\lambda})\sin\theta]}{\sin^2[2\pi(\frac{b}{\lambda})\sin\theta]}$$

(b) Warum wird das optische Gitter gegenüber dem Einfachspalt bevorzugt, obwohl der Einfachspalt auch eine Bestimmung der Wellenlänge erlauben würde?