Physik II

Übungsaufgaben, Blatt 8

27. Nach kurzer Rechnung kann mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen gezeigt werden, dass im Vakuum die elektrodynamischen Potentiale $\phi_{el}(x,y,z,t)$ und $\boldsymbol{A}(x,y,z,t)$ die Wellengleichungen

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi_{el}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi_{el} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\boldsymbol{A}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{A} \qquad (1)$$

erfüllen, wobei c die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Welle (also die Lichtgeschwindigkeit) bezeichnet. Wir betrachten nun die Koordinatentransformation (Lorentz-Transformation)

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x-v\cdot t) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t-\frac{v\cdot x}{c^2}\right) \quad mit \quad \gamma=\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \end{aligned} .$$

   (a) Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel, dass die Potentiale $\phi_{el}(x',y',z',t')$ und $\boldsymbol{A}(x',y',z',t')$ invariant unter Lorentz-Transformationen sind, d.h. es gilt

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2}{\partial z'^2}\right)\phi_{el}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\phi_{el} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2}{\partial y'^2}+\frac{\partial^2}{\partial z'^2}\right)\boldsymbol{A}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\boldsymbol{A}$$

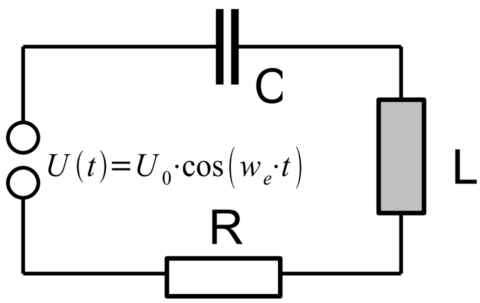
   Starten Sie dazu mit Gleichung (1) für $\phi_{el}(x,y,z,t)$, fassen sie die ungestrichenen Koordinaten als Funktion der gestrichenen Koordinaten auf (z.B. $x=x(x',y',z',t')$ und wenden Sie die Kettenregel auf alle partiellen Ableitungen an. Finden Sie ein Argument, warum es genügt, die Invarianz für $\phi_{el}(x,y,z,t)$ zu zeigen.

   (b) Gilt diese Invarianz auch für eine Galilei-Transformation:

   $x'=x-v\cdot t,\ y'=y,\ z'=z,\ t'=t$?

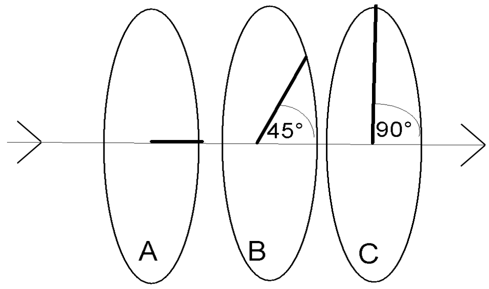
   (c) Was ist die physikalische Konsequenz der Aussagen von a) und b) ?

28. Ein Schwingkreis wird die durch ein harmonisches Eingangssignal $U(t)$ permanent angeregt. Numerische Vorgaben: U_0 = 12V, sowie C = 1µF, L = 10mH und R = 70Ω.



   (a) Bei welcher Frequenz des Eingangssignal nimmt die *Spannung an der Spule* ein Maximum an?

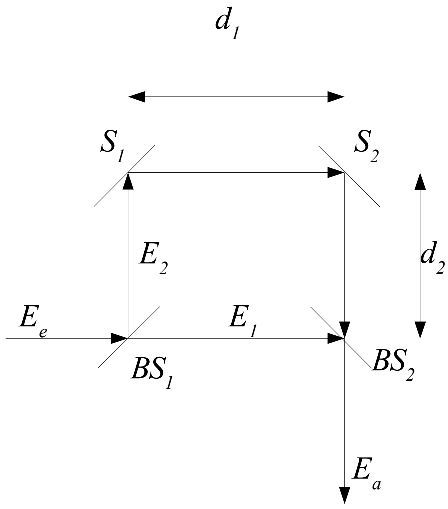
29. Wir betrachten einen Aufbau aus drei linearen Polarisationsfiltern und dazu eine nicht polarisierte Lichtwelle, die diese drei Filter nacheinander passiert. Von links falle diese Lichtwelle mit einer Intensität von I = 1.4kW·m^{-2} ein. Berechnen Sie bitte die Intensität der Lichtwelle, die den Aufbau auf der rechten Seite verläßt.



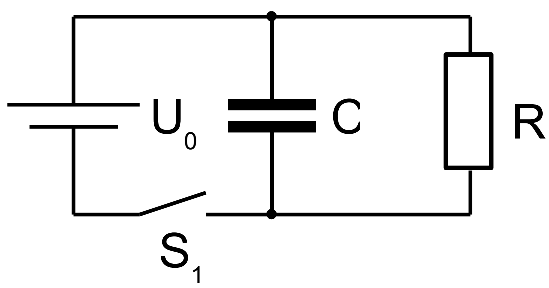
30. Eine elektromagnetische Welle (komplexe Darstellung: $E_e(z,t)=E_0 e^{i(kz-\omega t)}$) laufe von links in das rechts abgebildete Mach-Zehnder-Interferometer ein und werde an zwei Strahlteilern $BS_{1/2}$ bzw. zwei Spiegeln $S_{1/2}$ reflektiert bzw. transmittiert, wobei k den Wellenvektor, ω die Kreisfrequenz der EM-Welle, z den zurückgelegten optischen Weg und t die Zeit bezeichnet. Berechnen sie die Intensität der EM-Welle am Ausgang des Interferometers (also am Punkt BS_2) $I=E_a \cdot \bar{E}_a$ als Funktion von d_1 und d_2.

    Hinweise: Die Strahlteiler und Spiegel seien verlustfrei und die Strahlteiler besitzen eine (Intensitäts-) Reflektivität von 50%. Bei der Reflexion an einem Strahlteiler und einem Spiegel erfährt die EM-Welle einen Phasensprung von π. E_a setzt sich aus der Summe der beiden Teilwellen E_1 und E_2 zusammen.

    Wofür könnte man eine solche Anordnung in der Optik benutzen?



31. Betrachten Sie einen Schaltkreis, wie er in der Abbildung zu erkennen ist. Für t < 0 sei der Schalter S_1 geschlossen, sodaß der Kondensator mit einer Spannung von U_0 = 12V aufgeladen werde. Zum Zeitpunkt t = 0 wird S_1 geöffnet und der Kondensator wird über den Ohm'schen Widerstand entladen. Numerische Vorgaben: U_0 = 12V; C = 1µF; R = 10 Ohm.



    (a) Stellen Sie die Maschen- und Knotenregel auf.
    (b) Benutzen Sie a) um eine Differentialgleichung für die Ladung des Kondensators zu ermitteln.
    (c) Lösen Sie die Differentialgleichung aus b) mit den gegebenen Anfangsbedingungen.
    (d) Zeichnen Sie ein $Q(t)$, $U(t)$ (beides bezogen auf den Kondensator) und ein $I(t)$ Diagramm (bezogen auf den Widerstand).