

Experimentalphysik III, WS 05/06
Übungsblatt 2b

15. Ohne Berücksichtigung relativistischer Korrekturen ist das globale Positionierungssystem (GPS) auf ca. 1 km genau. Mit relativistischen Korrekturen steigt die Genauigkeit auf einige Meter.

Ein Satellit des GPS bewegt sich auf einer kreisförmigen Umlaufbahn mit einer Periode von 11h 58min.

(a) Wie groß ist der Abstand des Satelliten vom Erdmittelpunkt?

(b) Welche Geschwindigkeit besitzt er?

(c) Der Satellit enthält einen Oszillator, der das prinzipielle nicht-militärische GPS Signal produziert. Seine Frequenz ist 1575.42 MHz im Bezugssystem des Satelliten. Wie groß ist die relative Frequenzänderung $\Delta f/f$, die man auf der Erde mißt, wenn man ausschließlich den Effekt der Zeitdilatation berücksichtigt? (Hinweis: Der Effekt ist derart klein, dass die Genauigkeit des Taschenrechners nicht ausreichen wird, um ihn direkt berechnen zu können. Schätzen Sie den Effekt ab, indem Sie eine Reihenentwicklung vornehmen.)

(d) Ein zusätzlicher Effekt ist durch die gravitationsinduzierte Blauverschiebung der Frequenz gegeben, die durch die allgemeine Relativitätstheorie begründet wird. Die Größe der Verschiebung ist gegeben durch $\Delta f/f = \Delta U_g/(mc^2)$, wobei ΔU_g die Veränderung der potentiellen Gravitationsenergie ist, die ein Objekt der Masse m erfährt, wenn es zwischen den beiden Punkten bewegt wird, bei denen das Signal beobachtet wird. Berechnen Sie die Blauverschiebung! Nehmen Sie hierfür in erster Näherung an, dass die Erde eine Kugel mit kugelsymmetrischer Masseverteilung ist.

(e) Wie groß ist die Summe der Frequenzänderungen?

Diesen beiden Verschiebung ist zusätzlich der Doppler-Effekt überlagert, der im allgemeinen viel größer ist. Dieser kann entweder eine rot- oder eine Blauverschiebung verursachen, je nachdem wie die relative Bewegung von GPS-Empfänger und Satellit ist.