

**Experimentalphysik III, WS 05/06**  
**Übungsblatt 6**

37. Zeigen Sie, dass  $\psi = \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) + i \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$  eine Lösung der Schrödingergleichung ist, und zwar mit  $U = 0$  und  $k = 2\pi/\lambda$ . Welchen Wert besitzt die kinetische Energie?

38. Ein Teilchen hat die Wellenfunktion 
$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{2/a} \cdot e^{-x/a} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad \text{mit } a > 0.$$

(a) Bestimmen und skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte!

(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens an irgendeinem Punkt (mit  $x > 0$ )!

(c) Zeigen Sie, dass  $\psi(x)$  normiert ist und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das Teilchen zwischen  $x=0$  und  $x=a$  befindet!

39. Für Physiker:

Zwei Teilchen mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  werden mit einer masselosen Feder der Federkonstante  $k$  verbunden. Sie vibrieren entgegengesetzt zueinander entlang der Feder, so dass der Schwerpunkt fixiert bleibt.

Zeigen Sie, dass sich die Gesamtenergie  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} k x^2$  in der Form

$\frac{1}{2} \mu v^2 + \frac{1}{2} k x^2$  darstellen lässt, wobei  $v = |v_1| + |v_2|$  die relative Geschwindigkeit der

Massen und  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  die reduzierte Masse des Systems ist.

Das Ergebnis zeigt, daß ein Paar freier vibrierender Teilchen exakt als ein einzelnes Teilchen an einer dehnbaren Feder modelliert werden kann. Welche Frequenz hat dieser Oszillator?

40. Der Vibrationsübergang von HCl liegt bei  $8.649 \times 10^{13}$  Hz. Mit welcher Federkonstante sind das Wasserstoff- und das Chloratom verbunden? Experimentell findet man (unter Berücksichtigung höherer als quadratischer Potenzen bei Beschreibung des Potentials)  $k = 516 \text{ N/m}$ . Diskutieren Sie Ihr Ergebnis.

41. Von einem typischen Scanning Tunneling Microscope verlangt man, dass es unter Ausnutzung des Tunneleffektes direkt unterhalb der Spitze Höhenunterschiede von  $0.00200 \text{ nm}$  detektieren kann. Welche prozentuale Änderung der Transmission muß die Elektronik des STM noch auflösen können, um diese Auflösung zu erreichen? Nehmen Sie an, die Transmission wäre  $e^{-2 \cdot C \cdot L}$  mit  $C = 10/\text{nm}$ .

42. Ein Elektron befindet sich in der  $xy$ -Ebene in einem zweidimensionalen unendlich hohen Rechteckpotential mit den Längen  $L_x$  und  $L_y$ . In dieser Situation hängen die erlaubten Energien von zwei Quantenzahlen ab,  $n_x$  und  $n_y$ . Die erlaubten Energien sind

$$E = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right).$$

(a) Nehmen Sie an, dass  $L_x = L_y = L$  ist und bestimmen Sie die vier niedrigsten Energieniveaus! Wie weit sind diese Energieniveaus entartet?

(b) Konstruieren Sie ein Energieniveauschema (Termschema) für das Elektron, und bestimmen die Energiedifferenz zwischen dem ersten angeregten und dem Grundzustand!

- 43.(a) Welche Quantenzahl  $n_i$  ist mit der 94.96 nm Linie der Lyman Serie des Wasserstoffs assoziiert, wenn das Emissionsspektrum betrachtet wird?  
(b) Könnte diese Wellenlänge auch zur Balmer- oder Paschenserie gehören?

44. Für Physiker:

Gemäß der klassischen Physik strahlt eine Ladung  $e$  Energie ab, wenn sie eine Beschleunigung  $a$  erfährt. Dieser Energieverlust kann klassisch durch  $\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 a^2}{c^3}$  ausgedrückt werden.

(a) Zeigen Sie, dass sich ein Elektron im klassischen Wasserstoffatom auf einer spiralförmigen Bahn auf den Kern mit einer Rate von  $\frac{dr}{dt} = -\frac{e^4}{12\pi^2\epsilon_0^2 r^2 m_e^2 c^3}$  zubewegt.

(b) Wie lange dauert es, bis das Elektron den Kern ( $r=0$ ) erreicht, wenn es bei  $r_0=0.2$  nm startet?