Physik I

Übungsaufgaben, Blatt 6

34. Betrachten Sie folgendes (physikalische) Pendel: Ein Körper der Masse m und mit dem Trägheitsmoment J sei an einen Punkt drehbar aufgehängt. Der Abstand zwischen dem Drehpunkt und dem Schwerpunkt des Körpers sei l. Dieser Körper wird um den Winkel φ ausgelenkt, wobei $\varphi = 0$ die Auslenkung in Ruhelage des Körpers beschreibt.

    (a) Berechnen Sie das Drehmoment, dass aufgrund der Gewichtskraft auf den Körper wirkt (als Funktion von φ).

    (b) Bestimmen Sie aus dem Zusammenhang zwischen Drehimpuls und dem wirkenden Drehmoment die Bewegungsgleichung des physikalischen Pendels.

    (c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung unter der Annahme, dass $\varphi \ll 1$ rad ist. Wie groß ist die Periodendauer T der Schwingung.

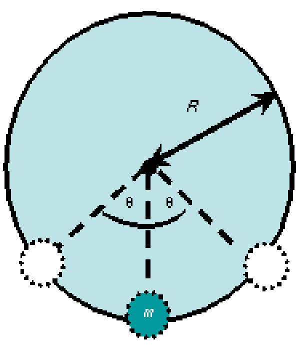
    (d) Grenzübergang zum mathematischen Pendel: Der Körper bestehe nun nur aus einer Punktmasse. Wie groß ist hier das Trägheitsmoment und welche Form nimmt die Periodendauer an? Berechnen Sie ferner die Maximalgeschwindigkeit, die maximale Winkelbeschleunigung und die maximale Rückstellkraft.

    (e) Wie gut ist die Näherung $\sin\varphi = \varphi$, d.h. wie groß darf α maximal werden, wenn der relative Fehler unter 1% liegen soll?

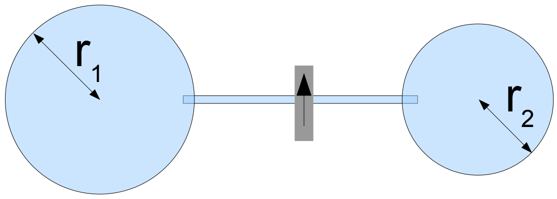
35. Eine kleine, dünne Scheibe mit Radius r und Masse m ist fest an einer zweiten Scheibe (Radius R, Masse M) geklebt. Der Mittelpunkt der kleinen Scheibe befindet sich auf dem Rand der großen Scheibe. Die Drehachse geht reibungsfrei durch den Mittelpunkt der großen Scheibe. Das Kompositsystem wird um einen Winkel θ von der Gleichgewichtsposition weggedreht, und losgelassen.

    (a) Zeigen Sie, daß die Maximalgeschwindigkeit im Zentrum der kleinen Scheibe $v = 2\sqrt{\dfrac{Rg(1-\cos\theta)}{(M/m)+((r/R)^2+2)}}$ beträgt.

    (b) Zeigen Sie, daß für die Periode der Schwingung $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(M+2\mathrm{m})R^2+mr^2}{2\mathrm{mgR}}}$ gilt.



36. Betrachten Sie ein System aus zwei unterschiedlich großen Seifenblasen (Kugeln) deren Oberlächenspannung σ sei. Durch ein Ventil im Verbindungsrohr läßt sich eine Kommunikation der Blasen realisieren. Zur Vereinfachung, soll das Totvolumen gegenüber dem Blasenvolumen im Rohr und der Rohrquerschnitt gegenüber der Blasenoberfläche vernachlässigbar klein sein.



(a) Leiten Sie zunächst die Young-Laplace-Gleichung her:

Nehmen Sie dazu an, daß das Ventil geschlossen ist und die Seifenblasen sich in einem Kräftegleichgewicht befinden. Die Oberflächenspannkraft wirkt flächenminimierend währenddessen die Druckdifferenz zwischen Blaseninnen und -äußeren dem entgegen wirkt. Beachten Sie, daß es zwei Grenzflächen von innen nach außen gibt (gas/flüssig und flüssig/gasförmig) und leiten Sie aus einer infinitisimalen Volumenarbeit ($dW = p\,dV$) und Arbeit die durch eine Flächenvergrößerung hervorgerufen wird ($dW = \sigma\,dA$) die Young-Laplace Gleichung her.

(b) Nun wird das Ventil geöffnet und Gas kann zwischen den Volumina kommunizieren. Annahme: es wird keine Volumenarbeit verrichtet.

Naiverweise könnte man annehmen das die Volumina sich ausgleichen werden. Eine Möglichkeit diese Idee zu prüfen ist zu zeigen, daß für $r_1 > r_2$ ein Volumen dV von V_1 nach V_2 strömt (wobei $dV = -dV_1 = dV_2$ ist). Aus der Bedingung $dV_1 = -dV_2$ lässt sich eine (infinitesimale) Beziehung für die Änderung der Radien dR_1 und dR_2 ableiten (durch die Erhaltung des Volumens ist eine Veränderung von R_1 an die von R_2 gekoppelt). Benutzen Sie diese Beziehung, um die (infinitesimale) Veränderung der Gesamtoberfläche $dA = dA_1 + dA_2$ nach dR_1 aufzulösen. Zeigen Sie hiermit, dass für $r_1 > r_2$ automatisch $dA > 0$ folgt, d.h. dieser Prozess immer zu einer Zunahme der Gesamtoberfläche führt. Kann dieser Prozess von selbst stattfinden?